

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

механіко-математичний

Факультет / інститут

кафедра математичного аналізу

Назва кафедри

Укладач(і): професор Радченко В.М.

вчене звання, прізвище та ініціали

Гармонічний аналіз

назва дисципліни

РОБОЧА НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА

для студентів спеціальності 6.080300 „Математика” і „Статистика”

Затверджено

на засіданні кафедри

Протокол № ____

від „__” _____ 20__р.

Зав. кафедри

Підпис *Прізвище, ініціали*

Декан факультету

Прізвище, ініціали

Затверджено

на засіданні вченої ради мех.-

мат. ф-ту

Протокол № ____

від „__” _____ 20__р.

Робоча навчальна програма з дисципліни «Гармонічний аналіз».

Назва навчальної дисципліни

Укладач(і) д.ф.-м.н., професор Радченко Вадим Миколайович

науковий ступінь, вчене звання, прізвище, ім'я, по-батькові

Лектор(и): д.ф.-м.н., професор Радченко В. М.

Науковий ступінь, вчене звання, прізвище та ініціали

Викладач(і): д.ф.-м.н., професор Радченко В. М.

*Науковий ступінь, вчене звання, прізвище та ініціали викладача(ів),
який(і) веде(уть) семінарські, практичні, лабораторні заняття*

Погоджено

з науково-методичною комісією

«___» _____ 20__р.

Підпис голови НМК факультету/ інституту

ВСТУП

Дисципліна „гармонічний аналіз” є дисципліною вільного вибору студентів для студентів спеціальностей „математика” та „статистика”. Вона читається в II семестрі в обсязі 2 кредитів (за Європейською Кредитно-трансферною Системою ECTS), і розрахована на 64 години занять. З них 34 години лекцій, та 7 годин самостійної роботи. Семестр закінчується заліком.

Мета і завдання навчальної дисципліни „гармонічний аналіз”: оволодіння теоретичними положеннями та деякими застосуваннями перетворення Фур’є та рядів в скінченновимірному просторі, знайомство з основними властивостями гармонічних та субгармонічних функцій, сприяння розвитку логічного та аналітичного мислення студентів.

Предмет навчальної дисципліни „гармонічний аналіз”: перетворення Фур’є, ряди Фур’є, гармонічні та субгармонічні функції.

Вимоги до знань та вмінь студентів.

Студент повинен знати: основні властивості перетворення Фур’є та умови його обернення, властивості гармонічних та субгармонічних функцій, умови збіжності рядів Фур’є, елементи теорії інтерполяції операторів.

Студент повинен вміти: використовувати перетворення Фур’є при розв’язанні диференціальних рівнянь та обґрунтовувати це використання, перевіряти умови збіжності та визначати характер збіжності ряду Фур’є.

Місце в структурно-логічній схемі спеціальності. Спеціальна навчальна дисципліна „гармонічний аналіз” є складовою циклу професійної підготовки фахівців освітньо-кваліфікаційного рівня „магістр” спеціальностей „математика” та „статистика”, і використовується при вивченні курсів диференціальних рівнянь в частинних похідних, теорії функціональних просторів.

Система контролю знань та умови складання заліку. Навчальна дисципліна „гармонічний аналіз” оцінюється за модульно-рейтинговою системою. Результати навчальної діяльності студентів оцінюються за 100 - бальною шкалою.

Система контролю знань

Змістовий модуль 1-60 балів;

- відвідування, активність студента на заняттях-15;
- письмова контрольна робота -45.

Залік - 40 балів.

Всього за семестр - 100 балів.

Кожна не зарахована контрольна робота може бути переписана один раз

При цьому, кількість балів відповідає оцінці:

1-34 – «незараховано» з обов'язковим повторним вивченням дисципліни;

35-59 – «незараховано» з можливістю повторного складання;

60-100 – «зараховано»

Шкала відповідності

За 100-бальною шкалою	Оцінка за національною шкалою		
90 – 100	5	відмінно	зараховано
85 – 89	4	добре	
75 – 84		3	
65 – 74	2		
60 – 64			
35 – 59	2	незадовільно	не зараховано
1 – 34			

НАВЧАЛЬНО-ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ЛЕКЦІЙ І ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ

№ теми	Назва теми	Кількість годин				
		лекції	лабора торні роботи	Самос тійна робота	Контр ольна модуль на робота	Інші форми контро лю
І семестр						
Змістовий модуль 1						
1	Властивості перетворення Фур'є.	4		1		
2	Обернення перетворення Фур'є.	6		1		
3	Поточкове обернення перетворення Фур'є	4		1		
4	Перетворення Фур'є в L_2	2		1		
5	Гармонічні та субгармонічні функції	6		1		
6	Ряди Фур'є	6		1		
7	Інтерполяція лінійних операторів	6				
Залік						2
Всього годин за семестр		34		6		2

Змістовий модуль 1

Тема 1. Властивості перетворення Фур'є

1. Означення перетворення Фур'є в \mathbb{R}^n , його елементарні властивості. — 2 год.
2. Зв'язок перетворення Фур'є з деякими функціональними просторами. — 2 год.
3. Згортка та перетворення Фур'є. — 2 год.

Тема 2. Обернення перетворення Фур'є.

4. Узагальнені інтеграли Абеля та Пуассона. — 2 год.
5. Обернення перетворення Фур'є як узагальнений інтеграл. — 2 год.

Тема 3. Поточкове обернення перетворення Фур'є

6. Лебегові точки. Поточкове обернення перетворення Фур'є. — 2 год.
7. Наслідки з теореми про поточкове обернення перетворення Фур'є. — 2 год.

Тема 4. Перетворення Фур'є в L_2

8. Теорема Планшереля. — 2 год.

Тема 5. Гармонічні та субгармонічні функції

9. Гармонічні функції. Властивість середнього. — 2 год.
10. Достатня умова субгармонічності. — 2 год.
11. Існування гармонічної мажоранти. — 2 год.

Тема 6. Ряди Фур'є

12. Ряди Фур'є на торі в \mathbb{R}^n . — 2 год.
13. Умови збіжності різного типу для рядів Фур'є. — 2 год.
14. Формула сумування Пуассона. — 2 год.

Тема 7. Інтерполяція лінійних операторів

15. Поняття та приклади інтерполяції операторів. — 2 год.
16. Доведення допоміжних лем. — 2 год.
17. Теорема М.Ріса про інтерполяцію лінійних операторів. — 2 год.

Самостійна робота — 6 год. (опрацювання лекційного матеріалу).

Контрольні запитання і завдання.

1. Означення, обмеженість та неперервність перетворення Фур'є.
2. Основні властивості перетворення Фур'є згортки двох функцій. Диференціювання та перетворення Фур'є
3. Метод Абеля та метод Гауса сумування інтегралів. Знаходження ядра Вейерштрасса та ядра Пуассона.
4. Формула множення. Лема про рівність одиниці інтегралів від ядра Вейерштрасса та ядра Пуассона.
5. Теорема про обернення перетворення Фур'є (збіжність згорток в L_p). Наслідки.
6. Теорема про обернення перетворення Фур'є в точках лебегової множини функції (поточкова збіжність згорток). Наслідки.
7. Перетворення Фур'є в L_2 . Теорема Планшереля.
8. Гармонічні функції. Основні означення і приклади. Теорема про середнє. Наслідки. Принцип максимуму.
9. Розв'язання Задача Діріхле для гармонійних функцій в довільній кулі. Теорема про існування збіжної підпослідовності. Принцип симетрії. Наслідок.
10. Характеризація інтегралів Пуассона.
11. Субгармонічні функції.
12. Кратні ряди Фур'є.
13. Поняття про інтерполяцію лінійних операторів.
14. Теорема М.Ріса про інтерполяцію лінійних операторів.

Питання, які виносяться на залік

1. Означення та основні властивості перетворення Фур'є (до означення згортки).
2. Означення та основні властивості перетворення Фур'є — властивості згортки, диференціювання та перетворення Фур'є.
3. Обернення перетворення Фур'є — знаходження ядер Вейерштрасса та Пуассона.
4. Обернення перетворення Фур'є як інтеграли за Абелем та Гауссом (включаючи твердження про рівність 1 інтегралів від ядер Вейерштрасса та Пуассона).
5. Обернення перетворення Фур'є в точці. Наслідки.
6. L_2 -теорія перетворення Фур'є та теорема Планшереля.
7. Гармонічні та субгармонічні функції.
8. Кратні ряди Фур'є.
9. Формула сумування Пуассона.
10. Інтерполяція лінійних операторів.

Список рекомендованої літератури

а) основна

1. Стейн И., Вейс Г. Введение в гармонический анализ на эвклидовых пространствах. М.: Мир, 1973. 331 с.
2. Шилов Г.Е. Математический анализ. Функции нескольких переменных. М.: Наука, 1972. 622 с.

б) додаткова

1. Katznelson Y. An introduction to harmonic analysis. Cambridge Univ. Press., 2004.
2. Хьюитт Э., Росс К. Абстрактный гармонический анализ. Т. 1, 2. М., Наука, 1975.